



INCENDIOS, COMPLEJIDAD, INTELIGENCIA Y LINEALIDAD

Manuel Díaz Regueiro

Centro de Formación e Recursos de Lugo

Resumen

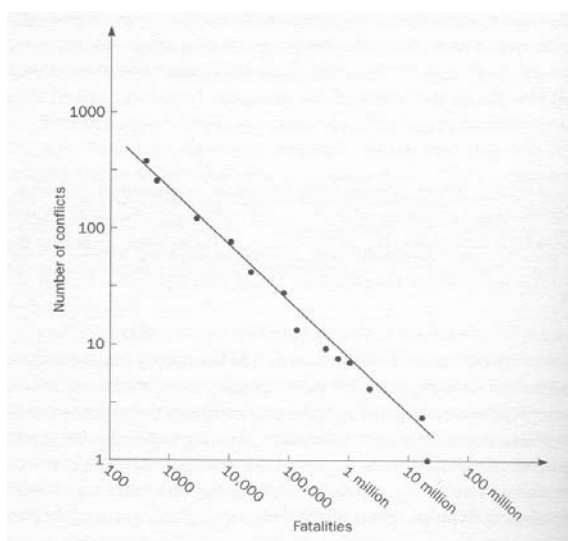
Hay un nuevo paradigma: la teoría de la complejidad, que es capaz de explicar el funcionamiento de Internet, los terremotos, las transiciones de fase entre la orden y el caos,... En este artículo se aborda la explicación desde esta teoría, de la ubicuidade de la ley de potencia, de fenómenos tan diversos como los incendios, la emergencia de la inteligencia colectiva, y se relaciona con la linealidad.

Abstract

There is a new paradigm: the complexity theory, that is able to explain the operation of Internet, earthquakes, the transitions of phase between the order and the chaos... In this article approaches the explanation from this theory, of the ubiquity of the power law, of as diverse phenomena as the fires, the emergency of collective intelligence, and they are related to the linearity.

Brevemente, la complejidad es un nuevo paradigma. Es sabido que los físicos se dividen entre los partidarios de la existencia de una teoría de supercuerdas y los que consideran que -como no es una teoría falsable, en el sentido de Popper, experimental-, por muy bonitas matemáticas que contengan, no es cierta (o bien nunca sabremos si lo es). Stephen Hawking, que estaría más bien entre los primeros al declarar hace poco que la complejidad es el paradigma de la física del siglo XXI, pone la teoría en un marco adecuado, a pesar de que es mucho más reciente que la teoría de supercuerdas. Muchos resultados no tienen más de diez años.

¿QUÉ ES Y COMO SE VE UNA “POWER LAW”?



Cuando un fenómeno sigue en su frecuencia de ocurrencia una “ley de potencia”, se verá una distribución semejante a la que se refleja en la imagen de al lado. En este caso el ejemplo está extraído de “Ubiquity”[2], la biblia más clara de la complejidad y de la ley de potencia. El gráfico relaciona la frecuencia de las guerras con el número de muertos en cada una de ellas y sorprende el perfecto ajuste a una recta de los valores recogidos. Como se puede apreciar, en ambos casos, se habla en términos de logaritmos, tanto en este ejemplo como en todos los que menciono a lo largo de este artículo. Pues eso mismo veremos se hacemos la representación de la energía de un terremoto y el número de veces que tuvo lugar un terremoto con esa característica a lo largo de una serie de años (ley de Gutenberg-Richter), o número de incendios en los que se consumieron un determinado número de hectáreas.

Apuntan así a una pauta universal, de naturaleza estadística y aleatoria, cuyo modelo universal bien podría ser (y así lo refleja la portada de Ubiquity) un montón de arena que vamos aumentando, echándole granos; y en el que se producen periódicamente pequeñas avalanchas. Si registramos en un gráfico la frecuencia de avalanchas de un determinado tamaño (nº de granos que se desplazan) veremos una ley de potencia: la ley de potencia “canónica”. Como registrar el número de granos de arena no es muy fácil, aunque se hacen experimentos físicos, la mayoría se hacen con el ordenador.

Hay muchas maneras de presentar el tema de la complejidad. Casi cada libro que habla de ella lo hace desde un enfoque distinto. Así Holland [10] presenta la complejidad como algo que emerge a partir de un número pequeño de

elementos sometidos a reglas simples, “los juegos de mesa son ejemplos simples de la emergencia de una gran complejidad desde reglas simples”, “La emergencia ocurre en sistemas que son generados en un ordenador. El sistema está compuesto de copias de relativamente un pequeño número de componentes que obedecen a leyes simples”. Claro que este autor, es reconocido mundialmente como el padre de los algoritmos genéticos. Mientras que [3] y [8] hablan de la complejidad como la frontera entre el caos y el orden, las transiciones de fase entre el caos y el orden.

Me apetece pensar que el texto que viene a continuación tuvo influencia sobre la situación política relativa a los incendios en Galicia y posibilitó la llegada a acuerdos de los tres partidos gallegos reflejada en la foto del 5-10-2006 en la Voz. En todo caso algunas de las frases de este texto fueron reproducidas en discusiones en la TVG y en las conclusiones últimas se dijo “Paz llegó a comparar la respuesta a unos fuegos tan excepcionales con la que se daría a un maremoto. ”Nadie puede decir que las costas gallegas estén exentas de un tsunami”. La Voz de Galicia, a quien también se lo remití, obvió estas ideas, y se negó a aceptar que las matemáticas tienen que ver con el fenómeno y la no culpabilidad.

Analfabetismo numérico y matemático

Las investigaciones de muchos comentaristas arrojaron mucha oscuridad sobre este tema y es probable que, si ellos continúan, pronto no sabremos absolutamente nada acerca de él.

(Mark Twain)

Dentro de 10 años, volviendo la vista atrás, veremos con sorpresa e incredulidad la cifra de las 35000 personas que, dueñas de una especial emoción, se manifestaron en Santiago el 17 de septiembre de 2006 siguiendo las directrices del PP, un partido responsable.

Es posible que al lector lo embargue la sorpresa y suponga que lo que estoy haciendo es una afirmación atrevida y partidista. Vamos a ver que no es así.

Está claro que una manifestación dirigida a pedir responsabilidad a cualquier gobierno de la Xunta por los terremotos que se hayan producido en Galicia o que se produzcan en el futuro no tendría ni 5 asistentes. ¿Por qué? Porque todo el mundo conoce que los terremotos no están causados por los políticos sino por la historia geológica y los movimientos telúricos de una zona determinada. Además sabe o intuye que no es posible determinar por ningún método científico cuando va a ocurrir un gran terremoto o siquiera si el próximo terremoto va a ser grande o pequeño. Así que es absurdo que se exija a los gobiernos que estén preparados para un terremoto de grado 8 en la escala de Richter: a) porque va a ser muy improbable que se produzca; y b) porque esa preparación permanente es muy costosa y será un dispendio durante cientos de años.

¿Cuánto de improbable? La ley de Gutenberg-Richter señala que cuando un terremoto A tiene el doble de la energía de la de un terremoto B, A es 4 veces menos probable que B. Puestos en una escala el logaritmo de la energía y el logaritmo de la frecuencia de los terremotos de esa o mayor energía, veremos representada una recta perfecta. A esto se llama que el fenómeno sigue una “ley de potencia”. ¿Quién sigue una ley de potencia de ese tipo? Pues cientos de fenómenos como la ley de Pareto, de Zipf, los incendios forestales, los cracks económicos, las avalanchas, las epidemias, los best-sellers, los terremotos, las extinciones de especies animales y vegetales, la ocurrencia de tormentas, el tamaño de las empresas, el tamaño de las ciudades, la riqueza de las personas, el tamaño de las guerras ...

A nosotros nos interesan los incendios de Galicia: siguen una ley que dice que, si colocamos el logaritmo de las hectáreas consumidas por el fuego en el eje de las X y en el eje de las Y el logaritmo de su frecuencia, veremos que sigue una ley de potencia. La representación es una recta perfecta de pendiente negativa tal y como la de la imagen, que indica que cuando doblamos las hectáreas consumidas el incendio es 2,48 veces menos probable...

Así una “gran quema” es altamente improbable y es imposible determinar cuando se está en el medio de ella. Es impredecible, por tanto, y no se produce “culpabilidad” de ningún tipo. Es obvio que influye la historia anterior: un bosque ya quemado no se quema al año siguiente.

Todos estos fenómenos que se rigen por una “ley de potencia” tienen las mismas características: fenómenos que se conducen por la historia anterior, que no tienen dependencia de la “culpabilidad”, que son impredecibles por principio (ya nos gustaría predecir la marcha de la bolsa, ya...). La solución lógica es la siguiente: si quiere incendios pequeños que no se propaguen a grandes áreas, ponga los cortafuegos suficientes en todo el territorio, ponga remedio a la estructura social de abandono del campo; haga lo que el PP no hizo desde 1982, desde cuando de modo casi ininterrumpido gobernó Galicia.

Es cierto que este no es un conocimiento que esté en los libros de texto escolares de secundaria, es un conocimiento que tiene unas pocas decenas de años (con excepción de la ley de Pareto una centena, de Richter, 60 años). Pero también se podría llegar a razonar correctamente usando la lógica: algún comentarista en Galicia ya señaló la ley de funcionamiento que hace inútil toda estrategia contra el fuego basada únicamente en apagar los incendios durante años –sin remediar las causas para los grandes–; lo que aumenta es la probabilidad de que se produzca un “gran incendio”, ya que las maderas viejas e ignífugas se acumularán provocando un combinado explosivo.

En general, el analfabetismo numérico es debido a que el que lo tiene no sabe aplicar siquiera una ley de proporcionalidad o ley lineal. Aquí deberíamos hablar de un hipernumerismo lineal, al estar aplicando la linealidad a un

fenómeno que no la tiene y además ligando variables que no están relacionadas: si un incendio de una hectárea tiene 1 unidad de culpabilidad, 77000 hectáreas quemadas son 77000 unidades de culpabilidad lo cual no sólo exige la dimisión sino un castigo ejemplar por la culpa cometida. Risible analfabetismo numérico....

Bibliografía rápida (en Internet)

<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v26n2/a04v26n2.pdf>
<http://scifunam.fisica.unam.mx/mir/mundo.html>
<http://coco.ccu.uniovi.es/geofractal/capitulos/01/01-14.shtm>
<http://www.minas.upm.es/inicio/FGS/trabajos/04a05.htm>
http://www.latorres.org/enrique/self_org_syst.htm
http://www.exploraciencia.profes.net/ver_noticia.aspx?id=5749
<http://www.plazacapital.org/articulo.php?articulo=225>
<http://www.hpl.hp.com/research/idl/papers/ranking/ranking.html>
Percolación en <http://www.allegue.com/artigos>

LA INTELIGENCIA Y LA INTELIGENCIA MANIPULADORA

¿Podemos relacionar la teoría de la complejidad con la educación?

En [7] se cuenta lo que pasa si las estadísticas son demasiado buenas. Como ejemplo toma al psicólogo Cyril Burt, que en los 50 estudió la correlación entre el CI de los gemelos univitelinos. Si la naturaleza determina los CIs, entonces existiría una alta correlación entre los CI de gemelos criados en familias diferentes. El resultado fue de 0,771, muy alto, y muestra la fuerte influencia de los genes. Pero lo que levantó sospechas fue que en otros experimentos posteriores Burt alcanzarse la misma cifra 0,771 para un experimento similar. Cinco años después de su muerte, Burt fue considerado culpable de fraude por la Sociedad británica de Psicología. Pero eso no terminó con la polémica. ¿Es o no es el CI heredable?

Libros sobre genes y medio ambiente, como *El misterio de los genes*¹ o *Genes organismo y medio ambiente*, o [5] nos cuentan una historia en la que interviene Galton², quien pertenece a una sociedad eugenista británica y es un difusor de la teoría de la buena raza. Esta se extendió en las primeras décadas del siglo XX a Alemania y dio lugar al nazismo. Lo que hacen los nazis sobre la búsqueda de especímenes elegidos ya está predeterminado en los escritos de Galton y de las sociedades eugenistas británicas.

Cuentan también que efectivamente -y contra la mayor parte de las ideas de la izquierda- hay una influencia total de los genes en el CI. ¿Qué quiere decir? ¿Qué el CI está bien como medida única de una persona? Todos sabemos, después de leer *Inteligencia Emocional* de Goleman, que no

es la única medida referente ni debería ser la única capacidad a estimular.

Es cierto que se pueden dar combinaciones genéticas que produzcan un alto CI. Así hay relación (correlación) CI-genes, pero mucho menos CI-éxito en la vida, o si se quiere felicidad. No sé si se existirá mucha correlación CI-altruismo. Y entonces, ¿no puede influir la educación en el CI? Pues realmente, según esos libros, casi nada. Predominan más los genes que la educación.

Realmente como profesores todos sabemos que hay determinados chicos y chicas que no necesitan docentes, “son como esponjas”, y según este punto de vista no hay nada que hacer con estos tampoco

Para no desesperar y cambiar de carrera ya, porque resulta que, desde esa perspectiva, nuestra enseñanza decide muy poco, hagámoslo muy bien o maravillosamente mal, podremos mirar por otro lado y ver como hay fenómenos que dependen del contagio de las ideas, de la proximidad y de las redes. Realmente una gran mayoría de fenómenos según se describe en muchos libros desde hace poco (20 años) dependen de la relación, del contagio, de la avalancha, de la multitud, del entusiasmo. También dentro de la teoría de la complejidad, tenemos que la ley de Pareto apunta la existencia de una distribución 80-20 (El 80 por ciento de la riqueza -o de lo que sea- de un país siempre está en manos del 20 por ciento de las personas), también en la Ley de Gutenberg-Richter sobre terremotos (1935), en los incendios, incluso da una explicación sobre la presunta racionalidad de la Ley de Adam Smith, quien creía que los hombres tomaban las decisiones racionalmente y por egoísmo; y como los egoísmos se contrarrestan, salía el bien común....

Las teorías del contagio apuntan la que en determinadas situaciones la gente se deja contagiar por los demás, por lo que da lugar a fenómenos de avalancha estilo crack de la bolsa, terremoto e incendios. Ser inteligente en ese mundo de complejidad no es tener buen CI sino saber manipular y contagiar bien. Para aderezar esta idea, en vez de manipular podríamos hablar de llegar más lejos, más distante, en las relaciones sociales, en las redes humanas.

Así, no son los más ricos o los que más publican los que tienen mejor CI. Aquí renace un poco el sentido de la Educación. Si resulta que sea como sea, el contagio, el entusiasmo, la educación puede hacer cosas que el CI no da, los trabajos colectivos, la transmisión de conocimientos entre iguales, etc...cambian la situación. Lo que importa en la teoría de la complejidad son las redes, por lo que las relaciones humanas son fundamentales. Por muy elevado que sea el CI de una persona no podemos olvidar que esa persona puede tener muchas otras carencias. Es en la relación y en el intercambio interpersonal donde nace algo que va más allá. En la literatura, por ejemplo, [10], “emerge”.

Habría que completar con lo que dice Steve Jonson [9] sobre la definición de emergencia: cambio que ocurre desde

abajo. Cuando suficientes elementos individuales interactúan entre ellos y se organizan entre ellos, el resultado es inteligencia colectiva, incluso aunque nadie esté al mando. Es un fenómeno que existe a cada nivel de experiencia y revolucionará el modo en que vemos el mundo.

Así que, además de hablar de la inteligencia individual, deberíamos de preocuparnos de las inteligencias colectivas mucho más potentes y esperanzadoras.

Por último recordaremos que una de las medallas Fields del año pasado, de las entregadas en Madrid, fueron a ese tema, a la complejidad, exactamente a Wendelin Werner por su tratamiento matemático de fenómenos críticos como la percolación.

Bibliografía

La bibliografía pretende mostrar que no se trata de una “extraña teoría” sino la más actual, de moda -sólo llega con ver el número de títulos que la tratan- y con mucha repercusión en tan amplios campos como física, biología, matemáticas, economía, computación, sociología,...

[1] Roger Lewin: *Complejidad, el caos como generador del orden*. Metatemas 41. Tusquets editores. Barcelona, 2002.

[2] Mark Buchanan: *Ubiquity, the science of history... or why the world is simpler than we think*. Phoenix. London, 2004.

[3] Ricard Solé and Brian Goodwin: *Signs of Life. How Complexity pervades Biology*. Basic Books. New York, 2000.

[4] Réda Benkirane e outros: *La Complexité, vertiges e promesses 18 histoires des sciences...* Editions le Pommier. París, 2006. (para os francófonos)

[5] Matt Ridley: *Genoma. La autobiografía de una especie en 23 capítulos*. Taurus. Madrid, 2000.

[6] Dean Hamer, e Peter Copeland: *El misterio de los genes*. Vergara Buenos Aires, 1998.

[7] Tob Eastway & Jeremy Wyndham: *How long is a piece of string. More hidden mathematics of everyday life*. Robson Books. London, 2003.

[8] Stuart Kauffman: *Investigaciones*. Metatemas. Tusquets Editores. Barcelona, 2003.

[9] Steve Jonson: *Emergence*. Penguin Books. London, 2002.

[10] John H. Holland: *Emergence: From Chaos to Order*. Oxford University Press. New York, 2000.

[11] John H. Holland: *El orden oculto. De cómo la adaptación crea la complejidad*. Fondo de Cultura Económica. México, 2004.

[12] Phillip Ball: *The Self-made Tapestry: Pattern Formation in Nature*. Oxford University Press. New York, 2004.

[13] Gribbin, John: *Así de Simple: El Caos, la Complejidad y la aparición de la vida*. Editorial Critica.

Otros

Sync: The Emerging Science of Spontaneous Order (Penguin Press Science S.)

Small World: Uncovering Nature's Hidden Networks

Creating Contagious Commitment: Applying the Tipping Point to Organizational Change

The Secrets of Word-of-mouth Marketing: How to Trigger Exponential Sales Through Runaway Word of Mouth

Critical Mass: How One Thing Leads to Another

Turtles, Termites and Traffic Jams: Explorations in Massively Parallel Microworlds (Complex Adaptive Systems S.)

Emergence: The Connected Lives of Ants, Brains, Cities and Software

The Collapse of Chaos: Discovering Simplicity in a Complex World (Penguin Science)

En Internet

Sandrine Ballenegger y otros (2004): *Etudes sur les jumeaux*. Université de Lausanne

WHY IGNORE THE G FACTOR?

<http://bussorah.tripod.com/nyborg.html>

IMITANDO A WRONSKI EN UN UNIVERSO LINEAL. LEYENDO [4], LA EXPERIENCIA MATEMÁTICA

Menos conocida que la de Grassman o la de Ramanujan es la historia de Jozef María Wronski (1776-1853), cuya personalidad y genio combinaban elementos que iban desde la ingenuidad pretenciosa hasta al genio que rayaba la locura. Hoy Wronski es recordado principalmente por un cierto determinante formado con n funciones.

Este determinante está relacionado con las teorías de independencia lineal y es importante para el estudio de la teoría de las ecuaciones diferenciales lineales. Todos los estudiantes de ecuaciones diferenciales oyeron hablar del wronskiano.

*Wronski fue un polaco que combatió al lado de Kosciuszko por la independencia de Polonia, habiendo, sin embargo, dedicado su libro, *Introduction a la philosophie des mathématiques et technie de l'algorithme, a Su Majestad Alexandre I, autócrata de todas las Rusias. Un realista político, se presume.**

En el 15 de Agosto de 1803 Wronski tuvo la revelación que le permitió concebir «el absoluto». Su trabajo matemático y filosófico posterior fue conducido por la voluntad de exponer el absoluto y sus leyes unificadoras.

Al otro lado de su filosofía y matemática, Wronski se dedicaba a la teosofía, al mesianismo político y cultural (escribió cinco libros sobre este tema), promovió las

ideas del aritmosofismo, del vitalismo matemático y de algo al que llamaba «secheliano» (del hebreo sechel = razón). Este último pretendía transformar el cristianismo de religión revelada en religión demostrada. Wronski distinguía tres fuerzas que controlarían la historia: la providencia, el destino y la razón. Basó casi todo su sistema en la negación del principio de la inercia. No existiendo inercia en el mundo material, este no podría competir con el mundo espiritual. El ideal científico sería una especie de panmatematismo que unificaría el conocimiento de la formación de los sistemas matemáticos como las leyes que gobiernan a los seres vivos.

La «gran ley de la generación de cantidades», que contiene la llave del universo, surge como ecuación (7). Wronski la vendió a un banquero rico. El banquero no se la pagó y Wronski manifestó públicamente su desagrado. He aquí la gran ley:



$$F_x = A_0 \Omega_0 + A_1 \Omega_1 + A_2 \Omega_2 + A_3 \Omega_3 + \dots$$

¿Qué significa? Parece ser un esquema general de expansión de funciones como combinación lineal de otras funciones, una especie de expansión de Taylor generalizada que contiene todas las expansiones pasadas y también todas las expansiones futuras.

Yo tengo en la historia de Wronski una cierta lejana referencia. Evidentemente si uno mira lo que tengo escrito puede ver que hay muchas y variadas generalizaciones de las series de Taylor, un cierto placer al estilo Wronski en recrear nuevas variantes de la serie de Taylor (Aunque los creadores de las wavelets hacen lo mismo). Pero nunca creí que fuese ni siquiera la llave de las nueces, cuanto más ser la llave del universo. Es cierto que me quedan otros seis artículos por escribir que generalicen o desarrollen nuevos aspectos de la serie de Taylor (aunque es fatigado el asunto y son muy pocas las personas interesadas en el tema). Así que adoptaremos una postura Wronskiana y mágica y saltamos uno de esos seis artículos, escribiendo este **metateorema**:

Sea F un operador k -lineal (es decir $F(g^*h) = F(g)*F(h)$, donde $*$ es la operación que cumple que $g^*h = k^{-1}(k(g)+k(h))$)

Entonces la solución de $F(y) = y$ viene dada por:

$$y = \prod_{-\infty}^{\infty} F^n(a), \text{ siendo } a \text{ un valor apropiado.}$$

Uf!, supongo que hasta el mismo Wronski tendría en este momento agotadas las neuronas. Sin embargo si recurrimos al caso clásico de operadores lineales como la derivada común y vulgar, llegamos sin dudarlo al desarrollo en serie de e^x , $\sin(x)$, $\cos(x)$ y otros sin ningún problema incluso para un lector no atento a la jugada.

¿Cómo lo demostraríamos? La verdad es que por tauto-

logía, si a es un valor apropiado, si existe (es convergente) y podemos hablar de $y = \prod_{-\infty}^{\infty} F^n(a)$ entonces podemos hablar (o comprobar que es solución de $F(y) = y$) de:

$$F(y) = F\left(\prod_{-\infty}^{\infty} F^n(a)\right) = \prod_{-\infty}^{\infty} F^n(a) = y$$

cuando (al menos si) la serie $\prod_{-\infty}^{\infty} F^n(a)$

cumple teoremas “ad hoc” de convergencia uniforme.

Advertiréis que este resultado desplaza la visión que todos tenemos de la serie de Taylor como aproximación local por una visión de aproximación formal en el infinito a un punto fijo de un operador lineal. Es más abstracta, y por tanto menos intuitiva, y por tanto probablemente nadie la contó, si acaso el precedente que conozco está en Hardy [2]

Pero no sólo para los casos clásicos, podemos adivinar, y no lo voy a hacer para no llenar este texto de borrones, que nos van a aparecer fórmulas como traídas del mismo confín del universo y del confín de los horrores. Sea en derivadas parciales, sea en una variable, sea como operadores lineales abstractos, sea como diferencias finitas. Es verdad que ya puedo ver un montón de dificultades, de definiciones y de problemas para aplicar esa fórmula abstracta y un poca caída por los pelos a un caso concreto. O así estarán pensando la mayoría de los lectores en este momento. Así muchos verán la cantidad de aplicaciones contractivas, de teoremas de Arzelá, de convergencia uniforme para la integración, para la derivación con otros múltiples matices y pequeñas diferencias, etc.

Dejemos al tiempo poner en su sitio a la tautología anterior, y su significado y a hablar del significado de la linealidad, que sí está mejor y más próximo de nuestras aulas. En todos los libros sobre caos hablan de la no linealidad, en alguno de ellos [6] cuenta como en pocos años pasó la palabra “nonlinear” de no existir a estar presente como nombre de libros y revistas y como explicación del caos (sigo pensando que el libro de James Glick sobre el caos es el mejor de divulgación en ese campo, aún siendo antiguo).

Es cierto, en unas matemáticas lineales no es posible la existencia del caos. Yo siempre inicio las clases sobre sistemas de ecuaciones lineales en 2º de Bachillerato preguntando, por que estudiamos ese tema. Tras una pausa, respondo: porque las matemáticas lineales son las fáciles, son más fáciles que las no lineales de las que sabemos apenas poco o nada. Cuando resolvemos un problema no lineal, como el del péndulo, lo primero que hacemos es linealizarlo, aproximar. La linealización es el sistema más usado para la resolución por métodos aproximados de un problema no lineal. La propia derivada lo es, es un método de linealización.

Pero es que en realidad las autopistas y autovías son carreteras en las que se produce una fuerte linearización local. Para que el conductor guíe casi siempre en línea recta, use la inercia y no tenga que hacer fuertes desviaciones, hacemos puentes y puentes para evitar las bajadas y subidas. Así viajamos en línea recta. De ser preciso hacer curvas, las convertimos en curvas muy suaves, poco pronunciadas, que podemos recorrer sin disminuir la velocidad, como si fué-

mos en línea recta.

Estamos entonces queriendo convertir la naturaleza no lineal y caótica en lineal y domesticada. ¿Podremos? En muchos artículos anteriores de GAMA (como *Entendiendo las medias* y *Dos más dos son cinco*) intenté mostrar como es posible convertir la suma en otra operación isomorfa. En este, señalo que es posible desenmascarar como efectivamente lineales procesos y teoremas de apariencia no lineal. En otro momento se podría relacionar también la complejidad como el “borde del caos”, cerrando el ciclo.

Bibliografía

- [1] Yu Takeguchi (1976): *Sucesiones y Series*, Limusa, México.
- [2] G. H. Hardy (1973): *Divergent Series*, Oxford at

the Clarendon Press.

- [3] Yu. Shaskin (1991): *Puntos Fijos*, Lecciones populares de Matemáticas, Mir, Moscú.
- [4] Philip J. Davis e Reuben Hersh (1995): *A Experiencia Matemática*, Gradiva, Lisboa.
- [5] D. R. Smart (1974): *Fixed Point Theorems*, Cambridge tracts in mathematics, Cambridge University Press.
- [6] Edwards N. Lorenz (2000): *La esencia del caos*, Debate, Barcelona.

Notas

¹ En este libro se lee que “Los puntajes del CI tienen una correlación de 0,86 entre gemelos idénticos criados juntos, comparada con el 0,75 entre gemelos separados al nacer. La diferencia de 11 por ciento se debe al ambiente”.

² El capítulo del cromosoma 21, de [5], Eugenesia, da cuenta extensamente de este tema.
