O papel dos erros na aprendizaxe

Manuel Díaz Regueiro
CEFOCOP de Lugo

Aprendemos, verdadeiramente, só dos nosos erros. Karl Popper.

1.-Resolvendo pasatempos lóxicos.

Un problema que aparentemente non ten que ver cos erros é o da resolución de pasatempos lóxicos. Un tipo de pasatempo lóxico habitual en certos periódicos é o de resolver un problema do que se sabe que ten solución única en forma de relacións entre obxectos, persoas, conceptos ou propiedades asociadas clasificadas en clases. Como exemplo, temos un problema con catro tipos de clases P, Q, R, e T e en cada clase tres elementos. Cada elemento dunha clase ten relación cun único elemento doutra clase. A solución é o establecemento dunha serie de relacións do tipo:

$$P_1 \sim Q_2 \sim R_1 \sim T_3$$
$$P_2 \sim Q_3 \sim R_3 \sim T_1$$
$$P_3 \sim Q_1 \sim R_2 \sim T_2$$

Dánse, para atopa-la solución, afirmacións sobre relacións certas, v.g., $P_1 \sim Q_2$, $Q_3 \sim T_1$, etc, e información sobre relacións falsas, v.g., Q_2_T_2, T_2_P_2 , etc.

O problema que me propuxen foi o de atopar un algoritmo que resolvese estes tipos de problemas e que se puidese automatizar, implementar nun ordenador.

A solución que atopei foi a seguinte:

Cada relación, como $P_i \sim Q_{j\,,}$ (P_i está relacionado con Q_j), pode ser verdadeira ou falsa, e pode ser codificada nunha matriz M[1,2,i,j] con valores booleanos. Hai unha matriz booleana M[a,b,i,j] que coñecida resolve o problema, onde *a* e *b* representan os números das clases, e *i*, índice dentro da clase *a*, e *j*, índice dentro da clase *b*. Así, $Q_3 \sim T_1$ codifícase M[2,4,3,1]:=true, e Q_2_T_2 codifícase M[2,4,2,2]:=false.

Matriz de coñecementos do problema.

Esta matriz de coñecementos do problema así descrito é un paso fundamental na resolución e nela gárdanse non só as afirmacións positivas, as verdadeiras, senón tamén as negativas, as falsas. É simétrica, xa que as relacións tamén o son. E non teñen importancia os valores M[a,a,i,j], cando as clases sexan as mesmas.

O primeiro que salta á vista é que o número de afirmacións verdadeiras que contén é moito menor ca de falsas. No exemplo, serían 4*3*3=36 verdadeiras e 4*3*3*3=108 falsas. A matriz, claramente, ten información redundante pois abondaría con coñece-las afirmacións verdadeiras, ou parte delas, para coñece-lo resto da matriz. Mesmo os problemas son unha mostra de que coñecendo unha parte reducida da matriz pode resolverse toda ela.

Pasos na resolución dos pasatempos.

Por cada afirmación $P_i \sim Q_j$ non só deducimos que M[1,2,i,j]:=true, senón que M[1,k,i,l]:=false para calquera *k* e *l*, excepto cando *k*=2 e *l*=j. Ademais, M[k,2,l,j]:=false excepto cando *k*=1 e *l*=i. Así é que as afirmacións verdadeiras son as máis productivas, xa que delas se deducen un número elevado de valores da matriz.

Ademais úsanse as propiedades transitivas das relacións no recheo da matriz:

De P~Q e Q~T dedúcese P~T

De P~Q e Q_T dedúcese P_T

Ademais de, por suposto, a propiedade simétrica: De P~Q dedúcese Q~P.

Pero con estas regras non abonda, e cómpre utiliza-la regra de exclusión seguinte: Se P e Q son clases calquera sempre que P_i_Q_l para tódolos valores de *l* distintos de *j*, entón P_i~Q_j.

É dicir, cando dun elemento pode afirmarse que non ten relación con tódolos elementos dunha determinada clase excepto con un, é que ten relación con ese elemento.

En principio esta regra puidera parecer pouco productiva posto que de varias afirmacións falsas se deduce unha soa verdadeira. Sen embargo o sorprendente do asunto, que polo demais é o centro desta comunicación, é que no proceso deductivo da solución automática de pasatempos lóxicos dedúcense case tantos valores da matriz por esta regra como polas outras empregadas. A razón é que sendo moi productivas en principio as afirmacións verdadeiras, delas dedúcense moitas negativas, segundo se vai desenvolvendo o proceso moitas das afirmacións negativas deducidas xa son coñecidas, non son novas. E, por outra banda, abundan as afirmacións negativas, polo que é fácil que se poida aplica-la regra citada.

EXEMPLO

Problema: 3 conductores pasan levando coches e mercancías distintas. Hai que deducir cales a partir das seguintes <u>HIPÓTESES</u>:

FERMIN leva FROITA pero non conduce un CITROEN
GASPAR leva PEIXE pero non conduce un PEUGEOT
EUSEBIO leva OVOS pero non conduce un RENAULT
O que leva OVOS non conduce un PEUGEOT

Os pasos que dá o programa de ordenador son:
Porque é certo FERMIN FROITA
é falso FERMIN PEIXE
é falso FERMIN OVOS
é falso GASPAR FROITA
é falso EUSEBIO FROITA
Porque é certo GASPAR PEIXE
é falso GASPAR OVOS
é falso EUSEBIO PEIXE
Porque é certo EUSEBIO OVOS
Porque é falso OVOS PEUGEOT
é falso EUSEBIO PEUGEOT
é certo-> FERMIN PEUGEOT
é certo-> EUSEBIO CITROEN
é certo-> FROITA PEUGEOT
é certo-> OVOS CITROEN
Porque é certo FERMIN PEUGEOT
é falso FERMIN RENAULT
Porque é certo EUSEBIO CITROEN
é falso GASPAR CITROEN
Porque é certo FROITA PEUGEOT
é falso FROITA RENAULT
Porque é certo OVOS CITROEN
é falso PEIXE CITROEN
é certo-> GASPAR RENAULT
é certo-> PEIXE RENAULT

<u>SOLUCIÓN</u>:
FERMIN-FROITA-PEUGEOT
GASPAR-PEIXE-RENAULT
EUSEBIO-OVOS-CITROEN

Quedan marcadas con -> aquelas relacións certas deducidas da regra de exclusión (6 dun total de 17 deduccións feitas) e pode observarse que dunha relación certa ó principio dedúcense 4 falsas, pero ó final (OVOS CITROEN) só se deduce 1 falsa nova.

2-A lóxica con contexto.

Un experimento moi coñecido en psicoloxía é o seguinte:

Temos catro cartas riba dunha mesa que teñen unha letra por un lado e un número pola outra cara. Presentan os valores seguintes A, B, 4, 7. A pregunta é: ¿que cartas debemos levantar para comproba-la certeza da afirmación "detrás de cada vocal sempre hai un número par"?. Presentado deste xeito as respostas correctas son sempre moito menores que de presentárense destoutro:

Temos catro cartas riba dunha mesa que teñen o nome dunha cidade escrita por un lado e un medio de transporte escrito na outra cara. Se ten por unha cara "Lugo" e pola outra "coche", significa que vou a "Lugo en coche". Na posición en que están pode lerse: Lugo, Ourense, Tren, Coche. A pregunta é: ¿que cartas debemos levantar para comproba-la certeza da afirmación: "Sempre que vou a Lugo vou en tren"?. Neste contexto a resposta é máis doada: Lugo e Coche, non fose que cando viaxei en Coche fora a Lugo.

Parece que se utilizan mellor as regras da lóxica (como esta de $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow (\neg Q \Rightarrow \neg P)$) en contextos significativos que en contextos máis abstractos ou sen vivencias deles.

Do mesmo xeito, na aprendizaxe dunha serie de conceptos e relacións entre estes conceptos como se produce na escola e nos institutos, posiblemente non tódalas relacións a aprender teñan a mesma vivencia e intensidade na mente do alumno, sexa por non referirse a contextos significativos, como por contradicir preconceptos erróneos, ou simplemente por ter pasado menos veces por eles.

3-A matriz de coñecementos na aprendizaxe do alumno.

¿Pódense tirar consecuencias válidas dos apartados anteriores nun contexto educativo?.

En primeiro lugar, como di Driver, atopar sentido supón establecer relacións: os coñecementos que poden conservarse permanentemente na memoria non son feitos aillados, senón aqueles moi estructurados e que se relacionan de múltiples formas.

Un alumno ou alumna enfróntase á aprendizaxe de relacións que ten que memorizar, relacións coma as que xa vimos:

$$P_1 \sim Q_2 \sim R_1 \sim T_3$$
$$P_2 \sim Q_3 \sim R_3 \sim T_1$$
$$P_3 \sim Q_1 \sim R_2 \sim T_2$$

No ensino adoitan presentarse en forma de relacións positivas, verdadeiras, e non as negativas, que son moitas máis e delas dedúcese pouco. Sen embargo, cando a rede de relacións é complexa, e nela o alumno non ten seguridade e non sabe tódalas relacións verdadeiras, sabemos xa que un certo número e tipo de relacións falsas deducen unha verdadeira e que esta é a única forma de deducción.

Quizais isto non quede claro se non poñemos un exemplo: Un alumno ten que estudiar compoñentes do citoplasma (9) e a súa estructura e función. Limitémonos a 3 compoñentes. No momento do exame lembra que os ribosomas son gránulos constituídos por ARN e proteínas pero non forman ATP. Tamén que os lisosomas son vesículas constituídas por unha membrana pero non fabrican proteínas. E que as mitocondrias están delimitadas por dúas membranas pero non dixiren os alimentos da célula. Ademais, que o compoñente que está delimitado por dúas membranas non fabrica proteínas. Ben, xa ten o mesmo problema de antes para resolver.

Isto volve a poñer sobre estudio o papel dos preconceptos erróneos ou dos mesmos erros na aprendizaxe deductiva dos alumnos.

Na aprendizaxe dun tema ou unidade didáctica hai coñecementos explícitos, pero hai outros que son tácitos, ou simplemente anitiintuitivos, ou ben "axiomas" que o profesor presenta ó alumno. Estes coñecementos deben organizarse na mente do alumno do que se espera deduza tódalas relacións da matriz de coñecementos do tema. Nunha situación deste tipo, na que ademais, polas razóns anteditas as distintas relacións non teñen a mesma vivencia, convicción ou intensidade, precísase traballa-los erros e contraexemplos, todas aquelas afirmacións negativas que aseguren e cimenten o seu entretecemento de esquemas propios de coñecemento do tema. Parafraseando a Popper "tódolos experimentos poden interpretarse como intentos de extirpar teorías falsas, de encontra-los puntos débiles dunha teoría para rexeitala se queda refutada polo experimento. A nosa finalidade, dise, é establece-la verdade dunha teoría, non elimina-las teorías falsas. Pero precisamente porque a nosa finalidade é establece-la verdade das teorías debemos experimentalas o máis severamente que poidamos". Tradúzase experimentos por exercicios e teoría por esquema conceptual dos alumnos e convértese en "Tódolos exercicios deberían facerse como intentos de extirpar erros, de atopa-los puntos débiles dos esquemas conceptuais dos alumnos. Dise que a nosa finalidade é establecer esquemas conceptuais verdadeiros nos alumnos, non elimina-los erros deles que xa o farán por simple deducción, pero a aprendizaxe dos alumnos vai ser significativa e funcional cando recoñezan e interioricen non só a veracidade das afirmacións positivas senón das múltiples afirmacións negativas que están asociadas"

É neste sentido que fallan os métodos conductistas de aprendizaxe por repetición que buscan mediante esta repetición mecánica establecer asociacións entre conceptos, asociacións xeralmente positivas, esquecendo o aspecto constructivo da aprendizaxe na mente do alumno e que as relacións entre conceptos ás veces se establecen a partir de explicita-las múltiples relacións negativas que as caracterizan. Ademais de que a aprendizaxe debe se-lo suficientemente redundante.

Posiblemente o traballo por vir en didáctica sexa o establecemento para cada tema ou unidade didáctica da matriz mínima de coñecementos necesaria, precisando cales das relacións entre entes do tema (positivas ou negativas) hai que reforzar para que o entretecido sexa consistente na mente do alumno. Destacando a detección de preconceptos erróneos (relacións falsas que o alumno considera como verdadeiras, polo que no ensino deben presentarse como tales, falsas, e non deixalas de lado). Tamén busca-la debilidade de convicción de certas relacións, busca-los puntos débiles nos alumnos do esquema conceptual que se pretende ensinar, de xeito que sexan estes e non outros os exercicios que se lle presenten.

A matriz de coñecementos no caso da aprendizaxe ten un valor novo, non só verdadeiro ou falso, senón de intensidade de crenza nesa relación. É claro que, como di Popper, esa intensidade se acentúa cando a aprendizaxe se produce por un erro que se recoñece como tal, como relación ou proposición falsa. O traballa-los erros, xa que logo, ten o valor engadido de intensidade de aprendizaxe cando se produce un cambio conceptual, un reequilibrio dos esquemas do alumno.

E isto non vén máis que a reforza-lo paradigma constructivista de ensino: como di Ausubel, a aprendizaxe significativa é un proceso polo que se relaciona nova información con algún aspecto xa existente na estructura cognitiva do individuo e que sexa relevante para o material que se intenta aprender.

Traducido isto á matriz de coñecementos é dicir que unha aprendizaxe encaixa mellor cando o número de relacións novas que se engaden, que hai que aprender, é pequeno porque unha parte considerable da matriz a desenvolver xa está asentada na estructura cognitiva do alumno. Por dicilo cunha imaxe gráfica o alumno posúe centos de relacións nas que é posible solda-las novas relacións. Xa que logo, o factor individual máis importante que inflúe na aprendizaxe é o que xa sabe o alumno (Ausubel).

Ensinanza diagnóstica en matemáticas.

Coincide tamén o descrito en fundamenta-la ensinanza diagnóstica na que se trata de escoller unha tarefa realista que incorpore os conceptos erróneos coñecidos. Presentar preguntas ideadas para sacar á luz os conceptos erróneos e provocar así un conflicto cognitivo que desemboque nunha discusión dirixida a resolve-lo conflicto. A lección diagnóstica típica utiliza problemas críticos para descubrir concepcións erróneas e así provocar discusións conducentes á súa resolución. A continuación seguen problemas similares para consolida-la conciencia acabada de adquirir.

É claro que estas concepcións só poden cambiarse de sacárense á conciencia e entrar en conflicto coas nocións correctas. Esta é a esencia do ensino baseado no conflicto cognitivo.

De novo, este método de ensino das matemáticas proposto por Alan Bell e con raíces en Piaget, coincide co dito anteriormente:

O alumno completa a súa matriz de coñecementos, e para iso utiliza toda a súa matriz de coñecementos anterior. Se nela hai algunha relación errónea, nesas deduccións os erros han propagarse coma nun incendio.

Na estructura cognitiva do alumno son importantes as relacións verdadeiras, pero nunha porcentaxe crítica as relacións falsas non sempre se deducen pola simple presentación das anteriores. As relacións verdadeiras e falsas forman un todo co que o alumno completa ós seus esquemas. E se algunhas desas relacións falsas non son recoñecidas como tales interfiren en gran medida nos seus esquemas, polas deduccións que fai utilizándoas como verdadeiras, completando a súa estructura, a súa matriz de coñecementos. Faise imprescindible, como di Alan Bell, identifica-los conceptos e concepcións erróneas que teñen os estudiantes e deseña-lo ensino de forma que utilice comprensións erróneas, provoque conflicto e estimule discusións, de forma que se conduza ós estudiantes a reorganiza-las súas ideas, incorporando as súas interiorizacións corrixidas.

A idea subxacente fundamental é que onde hai serias concepcións erróneas non se poden eliminar simplemente ensinando a idea correcta. ¿Porqué?. Porque se enfronta non simplemente á súa idea oposta, senón a tódalas deduccións que da idea oposta xa ten tirado o estudiante na súa matriz de coñecementos.

A tarefa que se propón ó profesor é diagnostica-los erros que máis intensamente están asentados na estructura conceptual dos alumnos e dos que deducen outros erros menores, e traballalos levándoos con deduccións sinxelas a contradiccións.

A aprendizaxe como investigación.

En resumo, o panorama da aprendizaxe revélase como unha tarefa para o alumno na que a pesar de presentárselle os feitos coñecidos (se tamén tivese que descubrilos sería aprendizaxe por descubrimento) déixaselle que deduza as relacións subxacentes. Esta é a situación de moitas das investigacións científicas que simplemente deducen consecuencias de feitos coñecidos, así que os problemas que se presentan nelas, preséntanse na aprendizaxe. Un deles, que provoca a maioría dos erros na investigación e na aprendizaxe, é o establecemento dos límites de validez dunha relación ou afirmación. Proposicións que en certos contextos son válidas, son erros noutros.

Como di Lakatos de Cauchy, "A súa revolución descansaba sobre a innovación heurística de que o matemático non debera deterse na proba: debera proseguir e atopar que é o que probara, enumerando as excepcións, ou, máis ben, enunciando un dominio seguro onde a regra é válida".

Na educación, tamén, o profesor non debera pararse na proba ou presentación de feitos: debera proseguir presentando os contraexemplos, as relacións falsas que determinen o dominio de validez deses feitos.

Cun exemplo de matemáticas: o alumno estudia que (3+4)*5=3*5+4*5, máis tarde con variables ou polinomios estudia que (a+b)*k=a*k+b*k, incluíndo posiblemente esa regra como propiedade distributiva dos números naturais, enteiros, racionais, reais e complexos. Pode volvela estudiar se lle explican as funcións lineais. Incluso a regra parece poder extrapolarse en $(a*b)^k=a^k*b^k$. E cando esta regra está perfectamente asentada como regra xeral ó ter que aprender que $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$, tódolos profesores de matemáticas témo-la experiencia de vela aplicada como $(a+b)^2=a^2+b^2$ que é unha "xeralización" ou extrapolación de (a+b)2=a2+b2. Convén polo tanto ensinar non só a veracidade da regra $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$, e a súa demostración, senón tamén insistir en contraexemplos que demostren a falsedade de $(a+b)^2=a^2+b^2$, é dicir, que o dominio de veracidade da regra que aplican non inclúe as potencias.

Bibliografía:
Alan Bell e outros, Ensinanza por diagnóstico: 4 interpretacións gráficas. Mathematical Teaching nº 119.
Alan Bell. "Deseño de ensinanza diagnóstica en matemáticas". Dentro de La enseñanza de las matemáticas a debate. MEC.
Daniel Gil, Miguel de Guzmán. Ensinanza das Ciencias e a Matemática.Editorial Popular.
Imre Lakatos. Probas e refutacións. Alianza Editorial.
M. Matz. "Hacia un modelo procesual para os erros de álxebra de secundaria". En Intelligent tutoring systems. Academic Press.
Joseph D. Novak. Teoría e práctica da educación. Alianza Universidad.
Karl R. Popper. A miseria do historicismo. Alianza Taurus.
Helmut Schmidt. Mestre da responsabilidade. El País. 24-IX-94.
R. Skemp. Psicoloxía da aprendizaxe das matemáticas. Ediciones Morata.